

# Virialsatz und MHD Welle

Übung zur Vorlesung:  
Einführung in astrophysikalische Plasmen

Blatt 9, 26. 11. - 10.12. 2018

1. Betrachte das Trägheitsmoment eines geschlossenen Systems um den Ursprung,  $I = \frac{1}{2} \int_V \rho r^2 d^3x$ . Zeige unter Vernachlässigung aller Oberflächeneffekte

$$\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} = \int_V T_{ii} d^3x = 3(\gamma - 1) \varepsilon_p + 2\varepsilon_v + \varepsilon_B + \varepsilon_g$$

mit Hilfe des Tensors

$$T_{ij} = \delta_{ij} p + \rho v_i v_j + \delta_{ij} \frac{B^2}{8\pi} - \frac{B_i B_j}{4\pi} + \delta_{ij} \frac{(\nabla \Phi)^2}{8\pi G} - \frac{\nabla_i \Phi \nabla_j \Phi}{4\pi G}$$

auf der rechten Seite der Bewegungsgleichung. Wenn  $\partial I / \partial t$  beschränkt ist, geht die Zeitmittelung  $\frac{1}{\tau} \int_0^\tau \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} dt \rightarrow 0$  für  $\tau \rightarrow \infty$ . Zeige mit diesem Virialsatz und der Energieerhaltung, dass die thermische Energie  $\varepsilon_p$  in einem Energie abstrahlenden hydrostatischen Stern *zunehmen* muss.

2. Betrachte ein homogenes Gas mit Magnetfeld  $B_z = c_s \sqrt{4\pi\rho}$  entlang der  $z$ -Richtung.  $c_s$  ist die Schallgeschwindigkeit und  $\rho$  die Dichte. Analysiere die drei MHD-Wellen Modes für die Ausbreitung der Welle im Winkel  $\vartheta = 45^\circ$  zur  $z$ -Achse. Wie gross ist jeweils die Phasengeschwindigkeit  $\omega/k$  und in welche Richtung schwingen die Gasteilchen in den drei Modes?