

Instabilitäten

Übung zur Vorlesung: Einführung in astrophysikalische Plasmen

Blatt 10, 3. 12. - 17. 12. 2018

1. Eine Protuberanz werde durch ein horizontales Magnetfeld von 100 G in einer Höhe von 10^9 cm über der Photosphäre der Sonne getragen. Nimm für die Protuberanz eine zylinderförmige Gestalt an mit der Teilchendichte 10^{10} cm^{-3} und einem Radius in derselben Größenordnung wie der Abstand zur Photosphäre. Der gravitative Ortsfaktor an der Sonnenoberfläche betrage $2 \times 10^4 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$. Werden die Magnetfeldlinien durch das Gewicht der Protuberanz stark komprimiert?
2. Betrachte eine reibungsfreie geladene Kugel (Ladung q und Masse M) zuoberst auf einem runden Hügel in einem vertikalen Magnetfeld B . Zeige, dass die linearisierte Bewegungsgleichung die folgende Form hat ($\Omega = \frac{qB}{Mc}$),

$$\begin{aligned}\ddot{x} - \lambda_0^2 x &= \Omega \dot{y} \\ \ddot{y} - \lambda_0^2 y &= -\Omega \dot{x}.\end{aligned}$$

Hier ist λ_0 der Wachstumsfaktor der Instabilität für $B = 0$. Wenn ein Magnetfeld zugeschaltet wird, nehmen wir an, dass Auslenkungen proportional zu $e^{\lambda t}$ sind. Zeige, dass der Wachstumsfaktor die vier Lösungen

$$2\lambda = \pm i\Omega \pm \sqrt{4\lambda_0^2 - \Omega^2}$$

hat und dass das Maximum des Hügels eine stabile Position ist, wenn $\Omega > 2\lambda_0$ gilt.¹

¹Beide Übungen frei übersetzt aus R. M. Kulsrud, "Plasma physics for astrophysics", Princeton University Press 2005.